The Analysis of Interaction Effect Using Latent Variables

Anu Jarernvongrayab[*]

Abstract

The purpose of this article was to present the development of the interaction effect analysis among continuous variables. In structural equation modeling with latent variables, many models analyzing interaction effect have been proposed. Each approaches has its own distinct strengths and weaknesses. This article described the model specifications, the method to choose the proper model for each type of data, and the example of the syntax and output from some models.

Keyword: interaction effect analysis, SEM

การวิเคราะห์อิทธิพลปฏิสัมพันธ์โดยใช้ตัวแปรแฝง

อนุ เจริญวงศ์ระยับ[**]

บทคัดย่อ

วัตถุประสงค์ของบทความนี้ เพื่อต้องการนำเสนอพัฒนาการของการวิเคราะห์อิทธิพลปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่อเนื่อง ในการวิเคราะห์โมเดลสมการเชิงโครงสร้างด้วยตัวแปรแฝงมีผู้พัฒนาโมเดลสำหรับการวิเคราะห์อิทธิพลปฏิสัมพันธ์ไว้หลายแนวคิด แต่ละแนวคิดมีจุดเด่นและจุดด้อยแตกต่างกันไป บทความนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดของการกำหนดคุณลักษณะเฉพาะของโมเดลในแต่ละรูปแบบ แนวทางการเลือกใช้โมเดลสำหรับการวิเคราะห์ให้เหมาะสมกับลักษณะของข้อมูลในแบบต่าง ๆ และตัวอย่างคำสั่งการวิเคราะห์ข้อมูลและผลการวิเคราะห์ในบางโมเดล

คำสำคัญ: การวิเคราะห์อิทธิพลปฏิสัมพันธ์ โมเดลสมการเชิงโครงสร้าง

---

[*] อาจารย์ประจำ ภาควิชารัฐประศาสนศาสตร์ คณะวิทยาการจัดการ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

[**] Lecture in Department of Public Administration, Faculty of Management Sciences, Prince of Songkla University

แนวคิดเบื้องต้นของการวิเคราะห์อิทธิพลปฏิสัมพันธ์

วิธีวิทยาการในวิเคราะห์ข้อมูลแบบดั้งเดิมเพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรมีข้อตกลงเบื้องต้นประการหนึ่งเกี่ยวกับลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรว่ามีลักษณะเชิงเส้นตรง ข้อตกลงเบื้องต้นดังกล่าวเป็นข้อจำกัดประการหนึ่งในการพัฒนาองค์ความรู้ของศาสตร์ต่าง ๆ เนื่องจากความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรนั้นไม่เป็นเชิงเส้นตรงเสมอไป

วิธีวิทยาการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อแสดงให้เห็นถึงปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสาเหตุในการอธิบายพฤติกรรมที่ต้องการศึกษา เริ่มด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองทาง ที่ต้องการศึกษาอิทธิพลของตัวแปรอิสระตัวหนึ่งที่มีต่อตัวแปรตามมีความไม่เท่าเทียมกันในทุกระดับ หรือบางระดับของตัวแปรอิสระอีกตัวหนึ่ง (Stevens, 1999) ยกตัวอย่างโมเดลแบบแผนแบบไขว้ (Crossed design) ดังนี้

$$\mathrm{Y}_{\mathrm{ijk}} = \mu + \alpha_{\mathrm{i}} + \beta_{\mathrm{j}} + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{\mathrm{ijk}} \qquad (1)$$

เมื่อ μ คือค่าเฉลี่ยตัวแปรตามของกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด α_{i} และ β_i คือค่าอิทธิพลที่เกิดจากตัวแปรอิสระแต่ละตัว ε_{ijk} คือความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม และ $(\alpha\beta)_{ij}$ คืออิทธิพลที่เกิดจากปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระที่มีต่อตัวแปรตาม หากค่าอิทธิพลดังกล่าวมีนัยสำคัญทางสถิติแสดงว่าตัวแปรอิสระแต่ละตัวไม่สามารถนำมาใช้ในการอธิบายความแตกต่างของตัวแปรตามได้อย่างมีอิสระต่อกัน อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสองทางนั้นมีข้อจำกัดในการวิเคราะห์เพื่อศึกษาปฏิสัมพันธ์ กล่าวคือตัวแปรต้นในการศึกษานั้นต้องเป็นตัวแปรแบ่งกลุ่ม (Category) คือมีระดับการวัดในมาตรานามบัญญัติ (Nominal scale) หรือมาตราเรียงอันดับ (Ordinal scale) หากตัวแปรต้นที่ใช้ศึกษามีระดับการวัดแบบต่อเนื่อง (Continuous) คือมีระดับการวัดในมาตราอันตรภาค (Interval scale) หรือมาตราอัตราส่วน (Ratio scale) นักวิจัยต้องลดระดับการวัดตัวแปรลง ซึ่งส่งผลให้อำนาจในการทดสอบลดลง (Cohen, 1983; Stone-Romero & Anderson, 1994) ต่อมาได้มีการนำการวิเคราะห์ถดถอยมาทำการศึกษาปฏิสัมพันธ์เมื่อตัวแปรต้นมีลักษณะข้อมูลแบบต่อเนื่อง เนื่องจากในการวิเคราะห์ถดถอยผู้วิจัยไม่ต้องทำการลดระดับการวัดตัวแปรลง ทำให้อำนาจการทดสอบสูงกว่าการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Aiken & West, 1991)

วิธีการศึกษาปฏิสัมพันธ์ในการวิเคราะห์ถดถอยถูกนำเสนอครั้งแรกโดย ซอนเดอร์ (Saunders, 1955; Saunders, 1956; cited in McClelland & Judd, 1993) ซอนเดอร์เรียกอิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ในการวิเคราะห์ถดถอยว่าการถดถอยแบบมีเงื่อนไข (Moderated regression) โดยตัวแปรเงื่อนไข (Z) เป็นตัวแปรที่กำหนดขนาดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ (X) และตัวแปรตาม (Y)

$$\hat{\mathrm{Y}} = \mathrm{b}_0 + \mathrm{b}_1\mathrm{X} + \mathrm{b}_2\mathrm{Z} + \mathrm{b}_3\mathrm{XZ} + \varepsilon \qquad (2)$$

เมื่อ b_0 คือค่าคงที่หรือค่าเฉลี่ยของ Y b_1, b_2 และ b_3 คือ สัมประสิทธิ์ทำนายของตัวแปรอิสระแต่ละตัว X คือตัวแปรต้น Z คือตัวแปรเงื่อนไข และ XZ คือผลคูณระหว่างตัวแปรต้นกับตัวแปรเงื่อนไข หากค่าสัมประสิทธิ์ทำนาย b_3 มีนัยสำคัญทางสถิติหมายความว่า ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ X ที่มีต่อตัวแปรตาม Y จะไม่เท่าเทียมกันในแต่ละระดับของตัวแปรเงื่อนไข Z และ ε คือความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม

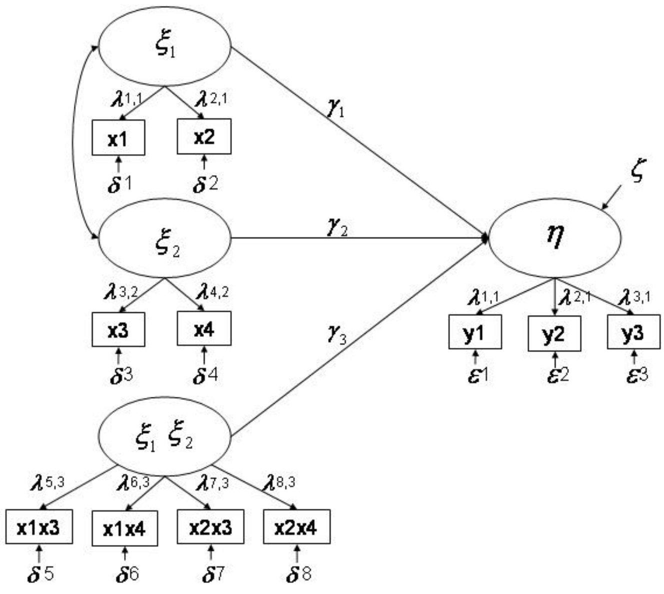
จุดเริ่มต้นของการวิเคราะห์อิทธิพลปฏิสัมพันธ์ด้วยตัวแปรแฝง

อย่างไรก็ตามการศึกษาปฏิสัมพันธ์โดยการวิเคราะห์ถดถอยยังมีข้อจำกัดในการวิเคราะห์เช่นกัน เนื่องจากการวัดตัวแปรนั้นมีความคลาดเคลื่อนในการวัดปะปนอยู่ด้วยเสมอ ทำให้สัมประสิทธิ์ถดถอยที่ได้จากการประมาณค่านั้นไม่คงที่ ทำให้เกิดอคติในการประมาณค่าเกิดขึ้นโดยเฉพาะทำให้อำนาจการทดสอบหรือความเข้มข้นของอิทธิพลมีน้อย (Low magnitude) (McClelland & Judd, 1993; Jaccard & Wan, 1995; Jaccard & Wan, 1996; Batista-Foguet et al., 2004) เพื่อแก้ไขปัญหาเกี่ยวกับความคลาดเคลื่อนของการวัดจึงมีการริเริ่มนำโมเดลสมการเชิงโครงสร้าง ซึ่งสามารถแยกความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนออกจากคะแนนจริง โดยการสร้างองค์ประกอบร่วม (Common factor) ระหว่างตัวแปรสังเกต/ตัวบ่งชี้ หรือเรียกว่าตัวแปรแฝงมาพัฒนาแนวคิดในการวิเคราะห์ปฏิสัมพันธ์ขึ้นในทศวรรษที่ 80 เช่นผลงานของ บูเซเมเยอร์ และโจนส์ (Busemeyer & Jones, 1983) เคนนี่และจัดด์ (Kenny & Judd, 1984) เป็นต้น ลักษณะโมเดลทั่วไปของปฏิสัมพันธ์ของตัวแปรแฝงมีดังนี้

$$\eta = \gamma_1\xi_1 + \gamma_2\xi_2 + \gamma_3\xi_1\xi_2 + \zeta \qquad (3)$$

ลักษณะสมการจะเหมือนกับสมการที่ 2 กล่าวคือ γ_s คือสัมประสิทธิ์ถดถอย ξ_s คือตัวแปรอิสระ และ ζ คือความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม

เคนนี่และจัดด์ (Kenny & Judd, 1984) ได้พัฒนาแนวคิดพื้นฐานในการศึกษาปฏิสัมพันธ์ของตัวแปรแฝง โดยการสร้างผลคูณตัวแปรสังเกตระหว่างตัวแปรแฝง ดังสมการที่ 3 เมื่อนำวิธีการของ เคนนี่และจัดด์ มาประยุกต์ใช้ ต้องทำการสร้างตัวแปรสังเกตที่เป็นผลคูณตัวแปรสังเกต ระหว่างตัวแปรแฝง ξ_1 และ ξ_2 เพื่อสร้างตัวแปรแฝงปฏิสัมพันธ์ขึ้น ($\xi_1\,\xi_2$) ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 โมเดลสมการถดถอยแบบหลายตัวบ่งชี้ของการศึกษาปฏิสัมพันธ์ตัวแปรแฝง ด้วยวิธีการกำหนดค่าผลคูณของเคนนี่และจัดด์ (Kenny & Judd, 1984)

ตามภาพประกอบ 1 ตัวแปรแฝง ξ_1 และ ξ_2 ประกอบด้วยตัวแปรสังเกต 4 ตัว ได้แก่ x1, x2, x3, และ x4 และผลคูณของตัวแปรสังเกตระหว่างตัวแปรแฝงอีก 4 ตัว ได้แก่ x1x3, x1x4, x2x3, และ x2x4 ทำให้เกิดตัวแปรแฝง $\xi_1 \xi_2$ ความแปรปรวนร่วมของผลคูณของตัวแปรสังเกตเหล่านี้มีข้อตกลงเบื้องต้นที่ว่า (1) ตัวแปรแฝง (ξ_1 และ ξ_2) และความคลาดเคลื่อนของตัวแปรสังเกต (x1 ถึง x4) มีการแจกแจงเป็นโค้งปกติ (2) ตัวแปรแฝงเป็นอิสระต่อความคลาดเคลื่อนของตัวแปรสังเกตและเศษเหลือจากการทำนาย (ζ) แต่ในแบบจำลองมีความแปรปรวนร่วมของตัวแปรแฝงภายนอก (Cov(ξ_1, ξ_2)) และ (3) ความคลาดเคลื่อนเป็นอิสระต่อกัน ความแปรปรวนของผลคูณของตัวบ่งชี้ x1x3 แสดงได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
\text{Var(x1x3)} &= Var\left[(\lambda_{x1}\xi_1 + \delta_{x1})(\lambda_{x3}\xi_2 + \delta_{x3})\right] \\
&= \lambda_{x1}^2\lambda_{x3}^2 Var(\xi_1\xi_2) + \lambda_{x1}^2 Var(\xi_1)Var(\delta_{x3}) + \lambda_{x3}^2 Var(\xi_2)Var(\delta_{x1}) + \\
&\quad Var(\delta_{x1})Var(\delta_{x3}) \qquad (4) \\
&= \lambda_{x1}^2\lambda_{x3}^2\left[Var(\xi_1)Var(\xi_2) + Cov^2(\xi_1\xi_2)\right] + \lambda_{x1}^2 Var(\xi_1)Var(\delta_{x3}) + \\
&\quad \lambda_{x3}^2 Var(\xi_2)Var(\delta_{x1}) + Var(\delta_{x1})Var(\delta_{x3}). \qquad (5)
\end{aligned}
$$

ในสมการที่ 4 และ 5 ค่า λ_{x1} และ λ_{x3} คือค่าสัมประสิทธิ์องค์ประกอบของ x1 และ x3 ของตัวแปรแฝง ξ_1 และ ξ_2 และ δ_{x1} กับ δ_{x3} คือค่าความคลาดเคลื่อน/องค์ประกอบเฉพาะของ x1 และ x3 Var(ξ_1), Var(ξ_2), Var(x1x3), Var(δ_{x1}), Var(δ_{x3}) เป็นความแปรปรวนของ ξ_1, ξ_2, x1x3, δ_{x1} และ δ_{x3} ตามลำดับ และ Cov(ξ_1, ξ_2) เป็นความแปรปรวนร่วมของ ξ_1 และ ξ_2 หลังจากสร้างตัวแปรที่ต้องการครบตามสมการ 4 และ 5 แล้วจะทำการกำหนดค่าพารามิเตอร์แบบไม่ใช่เชิงเส้นตรง (Nonlinear constrained) ตามสมการ 4 เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมที่ถูกกำหนดค่าขึ้นตามสมการนั้นจะถูกประมาณค่าโดยวิธีกำลังสองทั่วไป (Generalized least square) เพื่อประมาณค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยของโมเดล อย่างไรก็ตามการประมาณค่าวิธีกำลังสองทั่วไปไม่สามารถประมาณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานที่ใช้สำหรับการทดสอบนัยสำคัญของค่าสัมประสิทธิ์ปฏิสัมพันธ์ได้ (Li et al., 1998) นักวิชาการที่ประยุกต์ใช้แนวคิดของเคนนี่และจัดด์ จึงพัฒนาวิธีประมาณค่าที่สามารถทดสอบนัยสำคัญของสัมประสิทธิ์ถดถอยที่เป็นปฏิสัมพันธ์ เช่นการใช้วิธีแม็คซิมั่มไลท์ลิฮู้ด (Maximum Likelihood: ML) เป็นต้น

พัฒนาการของการใช้โมเดลตัวแปรแฝงในการวิเคราะห์ปฏิสัมพันธ์

พัฒนาการของการวิเคราะห์ปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรแฝงเริ่มมีความก้าวหน้ามากขึ้นตามพัฒนาของระบบคอมพิวเตอร์ มีนักสถิติหลายท่านคิดวิธีการสร้างตัวแปรปฏิสัมพันธ์ขึ้นมาหลายโมเดล การพัฒนาโมเดลที่มีรูปแบบแตกต่างกันมีวัตถุประสงค์เพื่อลดข้อจำกัดของการวิเคราะห์ปฏิสัมพันธ์ของตัวแปรแฝงซึ่งมีประเด็นข้อจำกัดดังนี้ (Moosbrugger Schermelleh-Engel & Klein, 1997)

หนึ่ง ความคลาดเคลื่อนในการวัดของตัวแปรสังเกต เป็นปัญหาทั้งในการวิเคราะห์โดยใช้ตัวแปรสังเกต (เช่น การวิเคราะห์ถดถอย) และการ

วิเคราะห์โดยใช้ตัวแปรแฝง สำหรับการวิเคราะห์โดยใช้ตัวแปรสังเกตนั้นการที่ตัวแปรสังเกตแต่ละตัวมีค่าความเชื่อมั่นต่ำจะส่งผลให้ค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยที่ได้มีความลำเอียงและไม่คงที่ ตัวแปรผลคูณในการวิเคราะห์ถดถอยแบบมีเงื่อนไขที่มีความเชื่อมั่นต่ำจะส่งผลให้ผลการวิเคราะห์มีความลำเอียงเพิ่มขึ้นไปอีก ส่งผลให้การประมาณค่าผลของปฏิสัมพันธ์มีค่าต่ำกว่าความเป็นจริงและอำนาจการทดสอบปฏิสัมพันธ์ต่ำ สำหรับวิธีการศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรแฝงจะมีปัญหาที่แตกต่างออกไป กล่าวคือ ในการวิเคราะห์ตัวแปรแฝงความลำเอียงที่เกิดจากความคลาดเคลื่อนในการวัดตัวแปรสังเกตจะเป็นส่วนหนึ่งของโมเดลการวัดในตัวแปรแฝง นอกจากนี้ปัญหาเกี่ยวกับอำนาจการทดสอบก็มีอยู่ในการวิเคราะห์ปฏิสัมพันธ์ในตัวแปรแฝงเช่นกัน กล่าวคือ อำนาจการทดสอบจะลดลงเมื่อตัวแปรสังเกตมีความเชื่อมั่นต่ำ จากที่ได้กล่าวมาเนื่องจากตัวแปรสังเกตที่มีความเชื่อมั่นต่ำจะส่งผลต่อความเที่ยงตรงของผลการวิเคราะห์ที่ได้จากตัวแปรสังเกตนั้น ดังนั้นการวิเคราะห์ปฏิสัมพันธ์โดยใช้ตัวแปรแฝงจึงควรเลือกตัวแปรสังเกตที่มีความเที่ยงตรงและความเชื่อมั่นสูงด้วย

สอง ความสัมพันธ์ไม่เป็นเชิงเส้นตรงของค่าพารามิเตอร์ เนื่องจากการวิเคราะห์ปฏิสัมพันธ์ตามแนวคิดของเคนนี่และจัดด์ ต้องมีการสร้างตัวแปรผลคูณขึ้นเพื่อเป็นตัวบ่งชี้ในโมเดลการวัด และได้เสนอว่าต้องสร้างตัวแปรผลคูณในทุกคู่ของตัวแปรสังเกตระหว่างตัวแปรแฝง แต่การสร้างตัวแปรผลคูณ ทำให้ค่าสัมประสิทธิ์องค์ประกอบที่ได้มีความสัมพันธ์ไม่เป็นเชิงเส้นตรง และทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนมีความซับซ้อน

สาม เป็นเรื่องเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยตัวแปรแฝง (Mean structure) วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมในสมการเชิงโครงสร้าง มักจะมีข้อตกลงที่ว่าตัวแปรสังเกตและตัวแปรแฝงต้องเป็นตัวแปรปรับให้ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ (Centered variable) ซึ่งอยู่ในรูปค่าการเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ย (Mean deviation form) ตัวแปรแฝงจึงมีค่าคาดหวังเป็นศูนย์ พัฒนาการขั้นแรก ๆ จึงกำหนดคุณลักษณะเฉพาะให้ตัวแปรในโมเดลทั้งหมดเป็นตัวแปรปรับให้ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ แต่ไม่แน่เสมอไปว่าตัวแปรผลคูณตัวแปรแฝงจะมีค่าคาดหวังเป็นศูนย์ไปด้วย การละเลยปัญหานี้เป็นการกำหนดคุณลักษณะของแบบจำลองที่ไม่ถูกต้อง (Misspecification) ซึ่งจะก่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าขึ้น

ตัวอย่างของการกำหนดคุณลักษณะของแบบจำลองที่ผิดพลาด ในกรณีที่เป็นการวิเคราะห์สมการเชิงโครงสร้างที่ตัวแปรต้น และตัวแปรเงื่อนไขเป็นตัวแปรปรับให้ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ $(\mathrm{E}(\xi_1) = \mathrm{E}(\xi_2) = 0)$ ตัวแปรตามหนึ่งตัวแปร (η) และตัวแปรแฝงผลคูณ ($\xi_1 \xi_2$) (ดังในสมการ 3) ตัวแปรผลคูณแฝงมีค่าคาดหวังเป็นศูนย์เมื่อตัวแปรต้นแฝง (ξ_1) และตัวแปรเงื่อนไขแฝง (ξ_2) ไม่มีความสัมพันธ์กัน ดังสมการ

$$\mathrm{E}(\xi_1\xi_2) = \mathrm{E}(\xi_1) \times \mathrm{E}(\xi_2) + Cov(\xi_1, \xi_2) = Cov(\xi_1, \xi_2) \tag{6}$$

ภายใต้ข้อตกลงเบื้องต้น $\mathrm{E}(\zeta) = 0,$ ตามสมการที่ 3, 6 ค่าคาดหวังของ η เป็นดังนี้

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(\eta) &= \mathrm{E}(\alpha + \gamma_1\xi_1 + \gamma_2\xi_2 + \gamma_3\xi_1\xi_2 + \zeta) \\ &= \alpha + \gamma_1\mathrm{E}(\xi_1) + \gamma_2\mathrm{E}(\xi_2) + \gamma_3\mathrm{E}(\xi_1\xi_2) + \mathrm{E}(\zeta) \qquad (7) \\ &= \alpha + \gamma_3\mathrm{E}(\xi_1\xi_2) \\ &= \alpha + \gamma_3 Cov(\xi_1, \xi_2)\end{aligned}$$

หาก η ถูกวัดโดยตัวบ่งชี้เพียงตัวเดียว (y=η) ค่าคาดหวังของ y จะเท่ากับค่าจุดตัดแกนตั้งบวกกับความแปรปรวนร่วมระหว่าง ξ_1 กับ ξ_2 ที่ถูกถ่วงน้ำหนักโดย γ_3 การแก้ไขปัญหาการกำหนดคุณลักษณะของแบบจำลองผิดพลาด ต้องกำหนดให้ค่า α และค่าคาดหวังของตัวแปรแฝงผลคูณ ($\xi_1 \xi_2$) เป็นค่าคงที่

สี่ การวิเคราะห์สมการโครงสร้างเชิงเส้นตรงที่ไม่มีตัวแปรผลคูณนั้น การแปลงสเกลของตัวแปรทำนาย (เช่น การเพิ่มค่าคงที่ให้กับตัวแปรทำนาย) จะไม่ส่งผลต่อค่าพารามิเตอร์ในโมเดลโครงสร้าง (γ_i) และรูปแบบเชิงโครงสร้างของสมการ (Path diagram's structure) อย่างไรก็ตาม ความไม่แปรเปลี่ยนของรูปแบบเชิงโครงสร้างจะเกิดความผิดพลาดในโมเดลปฏิสัมพันธ์ การแปลงคะแนนโดยการเพิ่มค่าคงที่จะสร้างอิทธิพลรบกวนให้กับค่าสัมประสิทธิ์ของโมเดลโครงสร้าง

ห้า การแจกแจงของตัวแปรไม่เป็นโค้งปกติ โมเดลปฏิสัมพันธ์ตัวแปรแฝงเกี่ยวข้องกับการสร้างผลคูณในสมการเชิงโครงสร้าง ถึงแม้ว่าตัวบ่งชี้ทุกตัวในทุกตัวแปรแฝงและตัวแปรแฝงเองจะมีการแจกแจงเป็นโค้งปกติ การแจกแจงของปฏิสัมพันธ์ก็อาจจะไม่เป็นโค้งปกติ โดยเฉพาะการแจกแจงไม่เป็นโค้งปกติของตัวแปรผลคูณจะยิ่งสูงขึ้นหากความแปรปรวนร่วมระหว่างตัวแปรแฝง (ξ_1) และตัวแปรเงื่อนไขแฝง (ξ_2) มีค่าสูงขึ้น ซึ่งการแจกแจงไม่เป็นโค้งปกติของตัวแปรผลคูณ ขนาดอิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ (γ_3) และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนจากการทำนาย (ζ) จะส่งผลให้ระดับการแจกแจงไม่เป็นโค้งปกติของตัวแปรแฝงภายในสูงขึ้น เนื่องจากตัวแปรผลคูณเป็นองค์ประกอบหนึ่งของสมการเชิงโครงสร้างแบบมีปฏิสัมพันธ์ (ตามสมการ 3) เมื่อการแจกแจงของตัวแปรผลคูณไม่เป็นโค้งปกติ การแจกแจงของตัวแปรภายในจึงไม่เป็นโค้งปกติเช่นกัน

แนวคิดในการวิเคราะห์ปฏิสัมพันธ์ด้วยตัวแปรแฝง

พัฒนาการของแนวคิดการวิเคราะห์ปฏิสัมพันธ์ตัวแปรแฝง ได้พัฒนาขึ้นเพื่อลดข้อจำกัดตามที่ได้กล่าวมาข้างต้น มาร์ชและคณะ (Marsh et al., 2004) ได้สรุปวิธีการประมาณค่าปฏิสัมพันธ์ด้วยตัวแปรแฝงได้เป็น 5 กลุ่มคือ หนึ่ง วิธีการกำหนดค่าพารามิเตอร์ (Constrained approach) สอง วิธีประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยที่สุดสองขั้นตอน (Two-stage least squares (2SLS)) สาม วิธีการกำหนดค่าพารามิเตอร์บางส่วน (The generalized appended product indicator (GAPI) approach) สี่ วิธีการไม่กำหนดค่าพารามิเตอร์ (Unconstrained approach) และห้า วิธีการไม่กำหนดค่าผลคูณ

วิธีการกำหนดค่าพารามิเตอร์ เป็นวิธีที่ต้องมีการกำหนดค่าความสัมพันธ์แบบไม่ใช่เชิงเส้นตรง (Nonlinear constraints) ในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์องค์ประกอบและความแปรปรวนที่เกี่ยวข้องกับเทอมปฏิสัมพันธ์ โดยทั่วไปแล้วค่าพารามิเตอร์บางตัวจะถูกกำหนดให้เป็นค่าคงที่ (เช่น 0.0) และให้ค่าอื่น ๆ ยังคงถูกประมาณค่าเหมือนเดิม การกำหนดค่าเหล่านี้อยู่บนพื้นฐานข้อตกลงเบื้องต้นที่ว่าตัวแปรแฝงทุกตัวมีการแจกแจงเป็นโค้งปกติ ในทุกโมเดลที่เสนอในกลุ่มนี้มาจากพื้นฐานแนวคิดของ เคนนี่และจัดด์ (Kenny & Judd, 1986) ทั้งสิ้น เช่น วิธีสร้างผลคูณหลายตัวบ่งชี้ (Multiple indicator maximum likelihood approach) ของ เจคการ์ดและแวน (Jaccard & Wan, 1995) วิธีสร้างผลคูณหนึ่งตัวบ่งชี้ (Single indicator maximum likelihood approach) ของจอเรสคอคและแยง (Jöreskog & Yang, 1996) วิธีของปิง (Ping, 1996) และวิธีของ อัลจินาและโมล-เดอร์ (Algina & Moulder, 2001) เป็นต้น

วิธีการสร้างผลคูณหลายตัวบ่งชี้ของแจค-การ์ดและแวน (Jaccard & Wan, 1995) ต้องสร้างตัวแปรผลคูณจากตัวบ่งชี้ทุกตัวในโมเดล ซึ่งเป็นวิธีที่ยุ่งยากซับซ้อน โดยเฉพาะเมื่อตัวบ่งชี้ในแต่ละตัวแปรแฝงมีจำนวนมากขึ้น นอกจากนี้ในโมเดลของ แจค-การ์ดและแวน ไม่มีการกำหนดค่าเฉลี่ยตัวแปรแฝงซึ่งเป็นการกำหนดคุณลักษณะที่ผิดพลาดตามข้อจำกัดที่สาม

เพื่อลดความซับซ้อนของการกำหนดค่าผลคูณตามโมเดลของ เคนนี่และจัดด์ ปิง (Ping, 1996) ได้เสนอวิธีการ 2 ขั้นตอนเพื่อลดความซับซ้อนขึ้น ขั้นตอนแรกประมาณค่าโมเดลโดยไม่มีตัวแปรผลคูณและทำการสร้างตัวแปรสังเกตผลคูณ และคำนวณค่าสัมประสิทธิ์องค์ประกอบและความคลาดเคลื่อนของตัวแปรผลคูณ ขั้นตอนที่สอง กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ในขั้นตอนที่หนึ่งให้เป็นค่าคงที่และทำการประมาณค่าอิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ในโมเดลโครงสร้าง วิธีการนี้เหมือนกับโมเดลของ แจคการ์ดและแวน ที่ต้องใช้ตัวแปรที่ปรับให้ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ ไม่มีการกำหนดค่าเฉลี่ยตัวแปรแฝง และมีข้อตกลงเกี่ยวกับการแจกแจงเป็นโค้งปกติ

จอเรสคอคและแยง (Jöreskog & Yang, 1996) ได้เสนอว่าไม่มีความจำเป็นที่ต้องสร้างตัวแปรผลคูณทุกตัว แต่ให้ใช้ตัวแปรผลคูณเพียงตัวเดียวก็เพียงพอต่อการที่แบบจำลองจะระบุได้ค่าเดียว (Model identification) โดยได้เสนอวิธีการกำหนดค่าความสัมพันธ์ไม่เชิงเส้นตรงระหว่างค่าพารามิเตอร์เมื่อตัวแปรสังเกตไม่ถูกกำหนดให้เป็นตัวแปรมาตรฐาน โดยยึดพื้นฐานจากสมการที่ 7 และมีสมมติฐานว่า ตัวแปรแฝงภายนอก (ξ_1 และ ξ_2) ความคลาดเคลื่อนจากการทำนาย และองค์ประกอบเฉพาะของตัวแปรสังเกตภายนอกทุกตัวมีการแจกแจงเป็นโค้งปกติหลายตัวแปรและมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และแต่ละค่าไม่มีความสัมพันธ์กัน (ยกเว้นให้ความสัมพันธ์ระหว่าง ξ_1 และ ξ_2) เวกเตอร์ของค่าเฉลี่ย (κ) และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม (Φ) ระหว่าง ξ_1, ξ_2, $\xi_1 \xi_2$) จึงมีดังนี้

$$\kappa = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \phi_{21} \end{pmatrix}, \Phi = \begin{pmatrix} \phi_{11} & & \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \\ 0 & 0 & \phi_{11}\phi_{22} + \phi_{21}^2 \end{pmatrix} \tag{8}$$

$$\Theta_\varepsilon = diag(\theta_{\varepsilon 1}, \theta_{\varepsilon 2}, \theta_{\varepsilon 3}) \tag{9}$$

$$\Theta_\delta = diag(\theta_1, \theta_2, \theta_3\theta_4, \theta_5, \theta_6) \tag{10}$$

กำหนดค่าพารามิเตอร์ดังนี้ (11)

(a) $\lambda_6 = \lambda_2 \lambda_4$

(b) $\phi_{21} = \kappa_3$

(c) $\phi_{33} = \phi_{11}\phi_{22} + \phi_{21}^2$

(d) $\theta_5 = \phi_{11}\theta_3 + \phi_{22}\theta_1 + \theta_1\theta_3, \theta_6 = \lambda_2^2\phi_{11}\theta_3 + \lambda_4^2\phi_{22}\theta_2 + \theta_2\theta_4$

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่า ถึงแม้ว่าตัวแปรแฝงภายนอกและเศษเหลือจากการทำนายจะมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ ค่าเฉลี่ยของเวกเตอร์ซึ่งเท่ากับความแปรปรวนร่วมระหว่างตัวแปรแฝงภายนอกไม่จำเป็นต้องเป็นศูนย์เสมอไป (ข้อจำกัดที่สาม) ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ต้องมีการประมาณค่าค่าเฉลี่ยตัวแปรแฝงขึ้น

อัลจินาและโมลเดอร์ (Algina & Moulder, 2001) ได้ปรับปรุงโมเดลของ จอเรสคอคและแยง โดยให้ตัวบ่งชี้ของตัวแปรต้นทุกตัวเป็นตัวแปรปรับให้ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และมีค่าเฉลี่ยตัวแปรแฝง โมเดลของ อัลจินาและโมลเดอร์ จะเหมือนกับของ จอเรสคอคและแยง ทุกประการ ยกเว้นการทำให้ตัวแปรสังเกตเป็นตัวแปรปรับให้ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ โดยทำให้คะแนนตัวแปรสังเกตลบกับค่าเฉลี่ยดังนี้

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{y1} \\ \tau_{y2} \\ \tau_{y3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{y1} \\ \lambda_{y2} \\ \lambda_{y3} \end{bmatrix} \eta + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix}, \tag{12}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 - \tau_1 \\ x_2 - \tau_2 \\ x_3 - \tau_3 \\ x_4 - \tau_4 \\ (x_1 - \tau_1)(x_3 - \tau_3) \\ (x_2 - \tau_2)(X_4 - \tau_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & \lambda_4 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_5 \\ 0 & 0 & \lambda_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_1\xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{bmatrix}$$

โดยกำหนดให้

$$\lambda_{y1} = 1, \lambda_1 = 1, \lambda_3 = 1, \lambda_5 = 1$$

การทำตัวแปรให้เป็นตัวแปรปรับให้ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ดังกล่าวทำให้โมเดลมีโอกาสที่จะประมาณค่าได้สูงกว่าโมเดลของ จอเรสคอคและแยง (Algina & Moulder, 2001)

วิธีประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยที่สุดสองขั้นตอน (Bollen & Paxton, 1998) เป็นการใช้วิธีการประมาณค่าแบบถดถอยสองขั้นตอนที่ไม่ต้องมีข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับการแจกแจงเป็นโค้งปกติเหมือนกับการประมาณค่าแบบแม็คซิมั่มไลท์ลิฮู้ด แต่จากการศึกษาเกี่ยวกับประสิทธิผลการประมาณค่าพบว่าการประมาณค่าโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดสองขั้นตอนมีอคติสูงและมีอำนาจการทดสอบต่ำกว่าโมเดลทางเลือกอื่นๆ (Moulder & Algina, 2002)

วิธีการกำหนดค่าพารามิเตอร์บางส่วน วอลและอเมมียา (Wall & Amemiya, 2001) กล่าวว่าในบรรทัดสุดท้ายของเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมในสมการ 8 ($\phi_{31} = 0, \phi_{32} = 0$) ถูกกำหนดขึ้นจากข้อตกลงเบื้องต้นที่ว่าตัวแปรแฝงภายนอก (ξ_1 และ ξ_2) มีการแจกแจงเป็นโค้งปกติ จากการศึกษาของ วอลและอเมมียา พบว่า การประมาณค่าปฏิสัมพันธ์ตามแนวทางการกำหนดค่าพารามิเตอร์เมื่อข้อมูลกระจายไม่เป็นโค้งปกติจะทำให้เกิดการประมาณค่าที่มีอคติอย่างเป็นระบบ จากปัญหาดังกล่าว วอลและอเมมียาจึงเสนอวิธีกำหนดค่าพารามิเตอร์เพียงบางส่วน โดยประมาณค่า (free) ค่าความแปรปรวนร่วมในสมการที่ 8 แต่ยังคงกำหนดค่าพารามิเตอร์อื่นๆ ให้เป็น 0 เหมือนเดิม ดังนี้

$$\kappa = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \phi_{21} \end{pmatrix}, \Phi = \begin{pmatrix} \phi_{11} & & \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{pmatrix} \tag{13}$$

วิธีการนี้จะใช้ได้ดีกว่าวิธีการกำหนดค่าพารามิเตอร์เมื่อตัวแปรแฝงภายนอก และองค์ประกอบเฉพาะของตัวแปรสังเกตแจกแจงไม่เป็นโค้งปกติ (Marsh et al., 2004)

วิธีการไม่กำหนดค่าพารามิเตอร์ มาร์ชและคณะ (Marsh et al., 2004; Martin & Marsh, 1999) ได้เสนอโมเดลวิธีการประมาณค่าปฏิสัมพันธ์แบบมีตัวแปรแฝงโดยไม่ต้องกำหนดค่าพารามิเตอร์ขึ้นโดยดัดแปลงจากวิธีการของ เอลจิน่าและโมลเดอร์ (Algina & Moulder, 2001) โดยสร้างตัวแปรปรับให้ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และใช้ค่าผลคูณของตัวแปรปรับให้ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์เพื่อกำหนดตัวบ่งชี้ของตัวแปรปฏิสัมพันธ์แฝง แต่ไม่มีการกำหนดค่าพารามิเตอร์แบบไม่เป็นเส้นตรงเพื่อกำหนดความสัมพันธ์ระหว่างค่าผลคูณตัวบ่งชี้และองค์ประกอบตัวแปรแฝงปฏิสัมพันธ์ ยกตัวอย่างเช่น หลังจากการกำหนดให้ตัวบ่งชี้ของตัวแปรแฝงภายนอก (x) เป็นตัวแปรปรับให้ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ ผลคูณตัวบ่งชี้ (x_1x_3) ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น $x_1x_3 = \lambda_{5,3}\xi_1\xi_2 + \delta_5$ เมื่อ $\lambda_{5,3}$ และ θ_5 เท่ากับ var(δ_5) (ดูภาพประกอบ 1) สามารถประมาณค่าได้ ซึ่งตรงกันข้ามกับวิธีการกำหนดค่าพารามิเตอร์แบบดั้งเดิมที่ $x_1x_3 = \lambda_1\lambda_3\xi_1\xi_2 + \lambda_1\xi_1\delta_3 + \lambda_3\xi_2\delta_1 + \delta_1\delta_3$ ซึ่งค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับผลคูณของตัวบ่งชี้ x_1x_3 จะถูกกำหนดค่าทั้งหมดในรูปของค่าพารามิเตอร์อื่น ๆ ในโมเดล ดังนั้นการประมาณค่าวิธีการนี้ไม่ต้องทำการกำหนดค่าพารามิเตอร์เหมือนในสมการ 11 เมื่อตัวแปรแฝงภายนอกมีการแจกแจงเป็นโค้งปกติ ความแปรปรวนร่วมของตัวแปรแฝง (ϕ_{31}, ϕ_{32}) มีค่าเท่ากับ 0 เพราะ $\kappa_3 = \mathrm{E}(\xi_1\xi_2) = \mathrm{cov}(\xi 1, \xi_2) = \phi_{21}$ เป็นจริงสำหรับโมเดลที่ใช้ตัวแปรปรับให้ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์จากการกำหนดลักษณะเฉพาะของวิธีไม่กำหนดค่าพารามิเตอร์ดังที่ได้กล่าวมา การประมาณค่าจึงสามารถทำได้ง่ายกว่าวิธีการกำหนดค่าพารามิเตอร์ และผลการประมาณค่ายังมีความแกร่งถึงแม้ว่าการแจกแจงของข้อมูลจะไม่เป็นโค้งปกติเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการกำหนดค่าพารามิเตอร์เพราะไม่ต้องอาศัยข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับการแจกแจงเป็นโค้งปกติของตัวแปรที่ต้องกำหนดค่าพารามิเตอร์ขึ้น (Marsh et al., 2004)

วิธีการไม่กำหนดค่าผลคูณ จอเรสคอคและแยง (Jöreskog & Yang, 1996) ได้กล่าวไว้ว่าถึงแม้ว่าตัวแปรภายนอกแฝงทั้งสองตัวจะมีการแจกแจงเป็นโค้งปกติ แต่การแจกแจงของตัวแปรผลคูณของตัวแปรแฝงจะไม่เป็นโค้งปกติ ดังนั้นการประมาณค่าปฏิสัมพันธ์ตัวแปรแฝงจึงฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นของการประมาณค่าโดยวิธีแมกซิมั่มไลท์ลิฮู้ด เพื่อแก้ไขปัญหาดังกล่าว ไคล์ทและมูสบรูเกอร์ (Klein & Moosbrugger, 2000) จึงได้เสนอวิธีการที่เรียกว่า Latent Moderated Structural (LMS) equations ซึ่งได้แนวคิดพื้นฐานจากการวิเคราะห์การแจกแจงหลายตัวแปรของการผสานเวคเตอร์ตัวบ่งชี้ (Multivariate distribution of the joint indicator vector) ซึ่งใช้วิธีเหมือนกับการแจกแจงเป็นโค้งปกติแบบไฟไนน์มิกเซอร์ (Finite mixture of normal distributions) และการวิเคราะห์ที่นำเอาการแจกแจงที่ไม่เป็นโค้งปกติของตัวแปรแฝงที่แสดงถึงปฏิสัมพันธ์มาพิจารณาด้วย เนื่องจากวิธี LMS ไม่ฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับการกระจายเป็นโค้งปกติเหมือนกับวิธีการอื่นๆ จึงคาดว่าผลการประมาณค่าจะมีความถูกต้องมากกว่าวิธีการอื่นๆ ที่เสนอมาก่อนหน้านี้ (Marsh, Wen, & Hau, 2004) วิธี LMS ได้ถูกปรับปรุงโดย ไคล์นและคณะ (Klein & Muthen, 2007; Klein 2006) เรียกว่าวิธี Quasi-Maximum-

Likelihood (QML) วิธีการนี้ให้ผลการประมาณค่าใกล้เคียงกับวิธี LMS เพียงแต่การคำนวณมีความยุ่งยากน้อยกว่า (Marsh et al., 2004) และ วิธี LMS มีข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับตัวแปรแฝงทั้งตัวทำนายและเศษเหลือทุกตัวต้องมีการแจกแจงเป็นโค้งปกติ แต่ใน QML มีข้อตกลงเบื้องต้นให้ฟังก์ชั่นของค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของตัวแปรแฝงที่เป็นตัวทำนายและเศษเหลือทุกตัวมีการแจกแจงเป็นโค้งปกติ ซึ่งในทางปฏิบัติแล้วลักษณะของค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของตัวแปรแฝงอาจจะเป็นค่าประมาณที่ดีถึงแม้ว่าตัวทำนายและเศษเหลือมีการแจกแจงไม่เป็นโค้งปกติ (Klein & Muthen, 2007) อย่างไรก็ตามผลการศึกษาของ ดิมีทูรก์และคณะ (Dimitruk et al., 2007) และ ไคล์นและมิวเท็น (Klein & Muthen, 2007) พบว่าในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่พอ เช่น เกิน 400 คนขึ้นไป การประมาณค่าของทั้งวิธี QML และ LMS ให้ผลการประมาณค่าที่ไม่ลำเอียงและการประมาณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานมีความถูกต้องใกล้เคียงกัน แต่ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็กกว่า 400 การประมาณค่าโดยวิธี QML จะให้ผลการประมาณค่าที่ถูกต้องมากกว่าวิธี LMS

นอกจากนี้ความแตกต่างอีกประการหนึ่งของ QML และ LMS กับวิธีการอื่นๆ คือ ในวิธีการอื่นๆ ดังที่ได้กล่าวมาข้างต้น จะใช้รูปแบบผลคูณตามแนวทางของเคนนี่และจัดด์ ในการสร้างสมการเพื่อประมาณค่าปฏิสัมพันธ์ของตัวแปรแฝง แต่ในวิธีการ QML ใช้รูปแบบยกกำลังสอง (Quadratic forms) ซึ่งโมเดลปฏิสัมพันธ์ที่สร้างขึ้นจากการกำหนดคุณลักษณะของ เคนนี่และจัดด์ (ตัวแปรผลคูณ) จะเป็นกรณีเฉพาะของโมเดลรูปแบบยกกำลังสอง ซึ่งมีสมการดังนี้

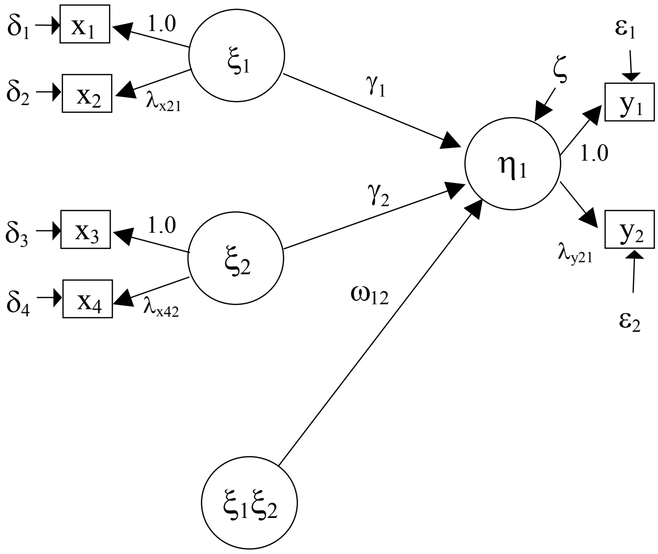
$$\eta_t = \alpha + \Gamma\xi_t + \xi_t'\Omega\xi_t + \zeta_t, \quad t=1,\ldots,N, \qquad (14)$$

เมื่อ η_t คือ ตัวแปรแฝงที่เป็นตัวเกณฑ์, α คือค่าเฉลี่ยตัวแปรแฝงที่เป็นตัวเกณฑ์, ξ_t คือ ค่าเวคเตอร์ขนาด n x 1 ของตัวแปรแฝงที่เป็นตัวทำนาย Γ คือ เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ขนาด 1 x n, Ω คือ เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ขนาด n x n, และ ζ_t คือ ตัวแปรเศษเหลือ ค่าพารามิเตอร์ในเมตริกซ์ Γ และ Ω เรียกว่า ค่าพารามิเตอร์โครงสร้างของโมเดล $\xi_t'\Omega\xi_t$ เป็นรูปแบบยกกำลังสองของโมเดล ซึ่งทำให้โมเดลมีความแตกต่างไปจากโมเดลปฏิสัมพันธ์วิธีการอื่นๆ เวคเตอร์ ξ_t มีข้อตกลงเบื้องต้นว่ามีการกระจายเป็นโค้งปกติหลายตัวแปร โดยค่าคาดหวังเป็น 0 $(\mathrm{E}(\xi_t) = 0)$ และ $\mathrm{Cov}(\xi_t, \xi_t') = \Phi$, ค่าเศษเหลือ ζ_t มีข้อตกลงเบื้องต้นว่ามีการกระจายเป็นโค้งปกติโดยค่าคาดหวังเป็น 0 $(\mathrm{E}(\zeta_t) = 0)$, $\mathrm{Var}(\zeta_t) = \Psi$ และ $\mathrm{Cov}(\zeta_t, \xi_t') = \Phi$ ตัวแปรแฝงของสมการเชิงโครงสร้างถูกวัดโดยมีความคลาดเคลื่อนดังปรากฏในโมเดลการวัด ดังนี้

$$x_t = \Lambda_x \xi_t + \delta_t, \ t = 1,\ldots,N, \qquad (15)$$

$$y_t = \Lambda_y \eta_t + \varepsilon_t, \ t = 1,\ldots,N, \qquad (16)$$

จากสมการของคุณลักษณะเฉพาะดังกล่าวสามารถอธิบายโดยภาพประกอบและการเขียนเมตริกซ์ได้ดังนี้



ภาพประกอบ 2 โมเดลสมการถดถอยการศึกษาปฏิสัมพันธ์ตัวแปรแฝง วิธีการไม่กำหนดผลคูณ (Klein, 2006)

สมการโครงสร้าง :

$$\eta = \alpha + \begin{pmatrix}\gamma_1 & \gamma_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\xi_1 \\ \xi_2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\xi_1 & \xi_2\end{pmatrix}\begin{bmatrix}0 & \omega_{12} \\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\xi_1 \\ \xi_2\end{pmatrix} + \zeta \tag{17}$$

โมเดลการวัด:

$$\begin{pmatrix}x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 0 \\ \lambda_{x21} & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & \lambda_{x42}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\xi_1 \\ \xi_2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4\end{pmatrix}, \tag{18}$$

$$\begin{pmatrix}y_1 \\ y_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 \\ \lambda_{y21}\end{pmatrix}\eta + \begin{pmatrix}\varepsilon_1 \\ \varepsilon_2\end{pmatrix} \tag{19}$$

เมื่อ x_t คือ เวคเตอร์ของตัวแปรสังเกตของ ξ_t ขนาด q × 1, Λ_x คือ เมตริกซ์สัมประสิทธิ์องค์ประกอบขนาด q x n, δ_t คือ เวคเตอร์ของเศษเหลือจากการวัดขนาด q × 1 และ y_t คือ เวคเตอร์ของตัวแปรสังเกตของ η_t ขนาด p × 1, Λ_y คือ เมตริกซ์สัมประสิทธิ์องค์ประกอบขนาด p × n, ε_t คือ เวคเตอร์ของเศษเหลือจากการวัดขนาด p × 1 โดยให้เวคเตอร์เศษเหลือ δ_t และ ε_t มีข้อตกลงเบื้องต้นให้มีการแจกแจงเป็นโค้งปกติหลายตัวแปร และค่าคาดหวังของทั้งสองตัวเป็น 0 $(E(\delta_t) = 0)$, $(E(\varepsilon_t) = 0)$ และไม่มีความแปรปรวนร่วมระหว่างเศษเหลือ

การเลือกใช้วิธีการในการศึกษาปฏิสัมพันธ์แบบมีตัวแปรแฝง

จากการศึกษาโดยการสร้างข้อมูลจำลอง มาร์ชและคณะ (Marsh et al., 2004; Marsh et al., 2006) ได้สรุปจุดแข็งและจุดอ่อนของวิธีการ 4 วิธี ได้แก่ วิธีไม่กำหนดค่าพารามิเตอร์ วิธีกำหนดค่าพารามิเตอร์ วิธีกำหนดค่าพารามิเตอร์บางส่วน และ วิธีไม่กำหนดค่าผลคูณ ไว้ดังนี้

ตาราง 1 เปรียบเทียบจุดแข็งและจุดอ่อนของวิธีการประมาณค่าปฏิสัมพันธ์ตัวแปรแฝง 4 วิธี

วิธีการ	โปรแกรมที่ใช้วิเคราะห์ได้	ความง่ายในการใช้	อคติในการประมาณค่า		ความชัดเจน (N เล็ก)*	การทดสอบ	
			โค้งปกติ	ไม่โค้งปกติ		Type I error	อำนาจทดสอบ
ไม่กำหนดค่าพารามิเตอร์	ทุกโปรแกรม SEM	ง่าย: ไม่ต้องกำหนดค่าความสัมพันธ์ไม่เชิงเส้นตรง	ไม่มีอคติ	อคติเล็กน้อยจะลดลงเมื่อขนาดกลุ่มตัวอย่างใหญ่ขึ้น	SE ค่อนข้างมาก	ค่อนข้างน้อย	ค่อนข้างน้อย
กำหนดค่าพารามิเตอร์	เฉพาะโปรแกรม SEM ที่กำหนดค่าความสัมพันธ์ไม่เชิงเส้นตรงได้	ต้องการการกำหนดความสัมพันธ์ไม่เชิงเส้นตรงที่ซับซ้อน	ไม่มีอคติ	ค่อนข้างมีอคติขึ้นอยู่กับการกระจาย อคติไม่ลดลงแม้กลุ่มตัวอย่างใหญ่ขึ้น	SE ค่อนข้างน้อย	ค่อนข้างมาก	ค่อนข้างมาก
กำหนดค่าพารามิเตอร์บางส่วน	เฉพาะโปรแกรม SEM ที่กำหนดค่าความสัมพันธ์ไม่เชิงเส้นตรงได้	ต้องการการกำหนดความสัมพันธ์ไม่เชิงเส้นตรงที่ซับซ้อน	ไม่มีอคติ	อคติเล็กน้อยจะลดลงเมื่อขนาดกลุ่มตัวอย่างใหญ่ขึ้น	SE ค่อนข้างมาก	ค่อนข้างน้อย	ค่อนข้างน้อย
ไม่กำหนดค่าผลคูณ	ใช้ได้เฉพาะโปรแกรม QML และMplus (LMS)	ง่ายต่อการใช้กับโปรแกรม QML และ Mplus	ไม่มีอคติ	ค่อนข้างมีอคติขึ้นอยู่กับการกระจาย อคติไม่ลดลงแม้กลุ่มตัวอย่างใหญ่ขึ้น	SE น้อยที่สุด	ค่อนข้างมาก	มากที่สุด

หมายเหตุ: SEM = structural equation modeling, SE = standard error of estimation, N = ขนาดกลุ่มตัวอย่าง,
* สำหรับขนาดกลุ่มตัวอย่างที่ใหญ่ ทุกวิธีการมีขนาด SE ที่ใกล้เคียงกัน

จากผลการศึกษาดังกล่าว มาร์ชและคณะ (Marsh et al., 2004) ได้เสนอแนะการเลือกใช้วิธีการประมาณค่าว่าไม่มีวิธีการใดดีที่สุด แต่ละวิธีมีข้อดีข้อเสียแตกต่างกันไป โดยวิธีการไม่กำหนดค่าพารามิเตอร์เป็นวิธีการที่ง่ายที่สุด วิธีการไม่กำหนดค่าพารามิเตอร์ วิธีกำหนดค่าพารามิเตอร์ และวิธีการกำหนดค่าพารามิเตอร์บางส่วน สามารถหาโปรแกรมในการวิเคราะห์ได้ง่าย เกี่ยวกับอคติในการประมาณค่า วิธีการไม่กำหนดค่าพารามิเตอร์และวิธีการกำหนดค่าพารามิเตอร์บางส่วน มีอคติในการประมาณค่าค่อนข้างน้อย แม้ว่าการแจกแจงของตัวแปรจะไม่เป็นโค้งปกติ แต่วิธีกำหนดค่าพารามิเตอร์และวิธีไม่

กำหนดค่าผลคูณ การประมาณค่าจะมีอคติค่อนข้างต่ำ เมื่อการกระจายเป็นโค้งปกติเท่านั้น โดยทั่วไปแล้ว วิธีการไม่กำหนดค่าผลคูณจะเป็นวิธีการที่ให้ผลการประมาณค่าที่แม่นยำมากที่สุด แต่ขึ้นอยู่กับการแจกแจงและขนาดของกลุ่มตัวอย่างด้วย แต่วิธีการไม่กำหนดค่าผลคูณจะเกิดปัญหาเกี่ยวกับความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 สูงสุด เมื่อการแจกแจงของตัวบ่งชี้ไม่เป็นโค้งปกติ

อย่างไรก็ตามเมื่อการแจกแจงของตัวแปรเป็นโค้งปกติแล้ว วิธีการไม่กำหนดผลคูณจะมีความแม่นยำในการประมาณค่าสูงสุดเมื่อขนาดกลุ่มตัวอย่างไม่ใหญ่มาก และปัญหาดังกล่าวสามารถแก้ไขได้ด้วยวิธีการแปลงข้อมูลให้เป็นโค้งปกติ ปัญหาเกี่ยวกับโปรแกรมที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูลในปัจจุบันโปรแกรม QML ได้พัฒนาถึงรุ่น 3.10 แล้ว สามารถดาวน์โหลดโปรแกรมและคู่มือการใช้ได้ฟรีจากเว็บไซต์ของไคลน์ (Klein, 2006) สำหรับวิธี LMS สามารถวิเคราะห์ได้ในโปรแกรม Mplus ซึ่งได้พัฒนาถึงรุ่น 6 แล้ว ดังนั้นจุดอ่อนตามที่มาร์ชและคณะได้ระบุไว้จึงไม่ใช่ปัญหาที่สำคัญในการประมาณค่า การเลือกใช้วิธีการใดวิธีการหนึ่งระหว่าง 4 วิธีการนี้ จึงขึ้นอยู่กับลักษณะของข้อมูล และขนาดของกลุ่มตัวอย่างในงานวิจัย

การใช้โปรแกรมสำเร็จรูปในการวิเคราะห์อิทธิพลปฏิสัมพันธ์ด้วยตัวแปรแฝง

การวิเคราะห์อิทธิพลปฏิสัมพันธ์ด้วยตัวแปรแฝง สำหรับวิธีการไม่กำหนดค่าพารามิเตอร์ กำหนดค่าพารามิเตอร์ กำหนดค่าพารามิเตอร์บางส่วน แบบกำลังสองน้อยที่สุดสองขั้นตอน นักวิจัยสามารถใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทั่วไปในการวิเคราะห์ข้อมูลได้ เช่น โปรแกรม LISREL, EQS หรือ Mplus เป็นต้น แต่สำหรับวิธีการไม่กำหนดผลคูณ ผู้วิจัยต้องเลือกใช้โปรแกรมเฉพาะสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูล หากต้องการวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธี LMS ต้องใช้โปรแกรม Mplus และหากต้องการวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธี QML ต้องใช้โปรแกรม QML

สำหรับผู้ที่สนใจวิเคราะห์อิทธิพลปฏิสัมพันธ์ด้วยตัวแปรแฝง และมีความเข้าใจเบื้องต้นในการเขียนคำสั่งภาษา LISREL ผู้เขียนแนะนำให้ศึกษาเพิ่มเติมวิธีการเขียนคำสั่งได้จากบทความของมาร์ชและคณะ (Marsh et al., 2006) และหนังสือรวมบทความของ แจคคาร์ดและแวน (Jaccard & Wan, 1996) ในบทความดังกล่าวมีตัวอย่าง Syntax การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยภาษา LISREL ไว้ให้ทั้งสี่วิธี ซึ่งผู้เขียนเห็นว่าเป็นคำสั่งที่เขียนไม่ยากมากนัก และโปรแกรม LISREL เป็นโปรแกรมที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในประเทศไทย

สำหรับผู้ที่สนใจวิเคราะห์โดยใช้วิธีการไม่กำหนดผลคูณ ท่านสามารถเลือกใช้วิธีการวิเคราะห์ได้สองวิธี หากต้องการวิเคราะห์โดยวิธีการ QML ท่านสามารถดาวน์โหลดโปรแกรมและคู่มือการวิเคราะห์ได้ฟรีที่ https://netfiles.uiuc.edu/agklein/QML/ อย่างไรก็ตามคำสั่งของวิธีการ QML ค่อนข้างยุ่งยาก และมีข้อจำกัดหลายประการ เช่น จำนวนตัวแปรสังเกตที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล เป็นต้น นอกจากนี้ผู้พัฒนาโปรแกรมก็หยุดการพัฒนารุ่นใหม่ๆ ออกมาเพื่อแก้ไขข้อจำกัดต่างๆ มามากกว่า 5 ปีแล้ว ดังนั้น ผู้ที่สนใจวิเคราะห์อิทธิพลปฏิสัมพันธ์โดยวิธีการไม่กำหนดผลคูณ ผู้เขียนแนะนำให้ใช้โปรแกรม Mplus ในการวิเคราะห์เนื่องจากคำสั่งการวิเคราะห์เขียนได้ง่าย และไม่มีข้อจำกัดเกี่ยวกับจำนวนตัวแปรสังเกตในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในที่นี้ผู้เขียนขอนำเสนอคำสั่งการวิเคราะห์และผลการประมาณค่าบางส่วนที่ได้จากโปรแกรม Mplus โดยยกตัวอย่างข้อมูลจากงานวิจัยของ หลิวและคณะ (Liu et al., 2009) คำถามการวิจัยที่ต้องใช้การวิเคราะห์ปฏิสัมพันธ์แบบตัวแปรแฝง คือ ผู้วิจัยต้องการทราบว่า ความรู้สึกปลอดภัยในการจ่ายเงินผ่านระบบออนไลน์ของลูกค้า(mpay) จะเป็นเงื่อนไขที่ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างความไว้วางใจในการซื้อสินค้าผ่านอินเตอร์เน็ตของบริษัทเต๋าเป่า (mtru) กับความตั้งใจในการซื้อสินค้าซ้ำของลูกค้า (mre) แตกต่างกันหรือไม่ คำสั่งการวิเคราะห์ มีดังนี้

ตาราง 2 คำสั่งภาษา Mplus การวิเคราะห์อิทธิพลปฏิสัมพันธ์

TITLE: interaction of taobao	
DATA: File is 'D:\ABAC\norinter.dat';	ข้อมูลจากลูกค้าของเต๋าเป่าจำนวน 402 คน
Format is 22F4.3;	
LISTWISE = ON;	
VARIABLE: Names are pay01 pay02 pay03 pay04 pay05 pay06 pay07 pay08 pay09 pay10 pay11 trust01 trust02 trust03 trust04 trust05 trust06 trust07 trust08 re01 re02 re03;	ตัวแปรสังเกตจำนวน 22 ตัว เป็นวิธีการจ่ายเงิน 11 ตัว (pay 01 ถึง pay11) ความไว้วางใจ 8 ตัว (trust01 ถึง trust08) และความตั้งใจซื้อสินค้าซ้ำ 3 ตัว (re01 ถึง re03)
ANALYSIS: ITERATIONS = 1000;	
TYPE = RANDOM;	
ALGORITHM = INTEGRATION;	
MODEL: mpay BY pay01-pay11; mtru BY trust01-trust08;	ระบุคุณลักษณะเฉพาะโมเดลการวัด
mre BY re01-re03;	
mre ON mpay mtru;	ระบุคุณลักษณะเฉพาะโมเดลโครงสร้าง
mpaymtru | mpay XWITH mtru;	สร้างตัวแปรแฝงผลคูณ
mre ON mpaymtru;	ระบุคุณลักษณะเฉพาะโมเดลโครงสร้างปฏิสัมพันธ์
OUTPUT: CINTERVAL;	ผลการประมาณค่าแบบช่วง

ตาราง 3 ผลการประมาณค่าสัมประสิทธิ์จากคำสั่งในตาราง 2 (บางส่วน)

TESTS OF MODEL FIT

Information Criteria	(โมเดลมีปฏิสัมพันธ์)	(โมเดลไม่มีปฏิสัมพันธ์)	
Number of Free Parameters	70	69	เปรียบเทียบกันแล้วโมเดลมีปฏิสัมพันธ์มีจำนวนพารามิเตอร์ที่ประมาณค่ามากกว่า แต่ผลการประเมินโมเดลด้วยดัชนีกลุ่มประหยัดมีค่าต่ำกว่าแสดงว่าโมเดลมีปฏิสัมพันธ์ใช้อธิบายความสัมพันธ์ได้ดีกว่าโมเดลไม่มีปฏิสัมพันธ์
Akaike (AIC)	18305.571	18315.774	
Bayesian (BIC)	18585.322	18591.529	
Sample-Size Adjusted BIC	18363.206	18372.586	
(n* = (n + 2) / 24)			

MODEL RESULTS

		Estimate	S.E.	Est./S.E.	Two-Tailed P-Value	
MRE	ON					
MPAY		0.298	0.120	2.493	0.013	
MTRU		0.683	0.130	5.253	0.000	
MPAYMTRU		-0.246	0.048	-5.081	0.000	ปฏิสัมพันธ์มีนัยสำคัญทางสถิติ
MTRU	WITH					
MPAY		0.263	0.030	8.782	0.000	
Variances						
MPAY		0.355	0.045	7.960	0.000	
MTRU		0.312	0.039	8.025	0.000	
Residual Variances						
MRE		0.339	0.035	9.756	0.000	

CONFIDENCE INTERVALS OF MODEL RESULTS

		Lower 5%	Lower 2.5%	Estimate	Upper 2.5%	Upper 5%
MRE	ON					
MPAY		-0.010	0.064	0.298	0.532	0.606
MTRU		0.348	0.428	0.683	0.937	1.017
MPAYMTRU		-0.370	-0.341	-0.246	-0.151	-0.121
MTRU	WITH					
MPAY		0.186	0.205	0.263	0.322	0.341
Variances						
MPAY		0.240	0.267	0.355	0.442	0.469
MTRU		0.212	0.236	0.312	0.388	0.412
Residual Variances						
MRE		0.249	0.271	0.339	0.407	0.428

ข้อจำกัดในการใช้โมเดลตัวแปรแฝงในการวิเคราะห์อิทธิพลปฏิสัมพันธ์

การวิเคราะห์ดังกล่าวข้างต้น เป็นการทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติของค่าอิทธิพลปฏิสัมพันธ์เท่านั้น การแปลความหมายผลการวิเคราะห์ได้คำตอบเพียงว่า ค่าอิทธิพลปฏิสัมพันธ์มีอยู่จริงหรือไม่ในประชากรที่ศึกษา ซึ่งในกรณีนี้พบว่าค่าอิทธิพลปฏิสัมพันธ์มีอยู่จริงในประชากรที่ศึกษา แต่ยังไม่สามารถทราบได้ว่าอิทธิพลของตัวแปรเงื่อนไข (Moderator) มีผลต่อความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระกับตัวแปรตามอย่างไร ไอเคน และเวส (Aiken & West, 1991) จึงได้เสนอขั้นตอนการศึกษาเพิ่มเติมอีก 2 ขั้นตอนคือ (1) การสร้างภาพสมการถดถอยอย่างง่าย (Simple slope) เพื่อให้เห็นทิศทางความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม ในแต่ละระดับของตัวแปรเงื่อนไข และ (2) การทดสอบภายหลัง เพื่อตอบคำถามอีก 2 คำถามคือ (A) ในแต่ละระดับของค่าตัวแปรเงื่อนไข อิทธิพลของ X ต่อ Y แตกต่างจาก 0 หรือไม่ และ (B) ในแต่ละสมการถดถอย ค่าความชันของแต่ละสมการแตกต่างจากค่าความชันอื่นๆ หรือไม่ (รายละเอียดศึกษาได้จาก Aiken & West, 1991; อนุ เจริญวงศ์ระยับ, 2547, 2553)

ในการวิเคราะห์เพิ่มเติมดังกล่าวจะทำให้นักวิจัยสามารถเข้าใจลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ และตัวแปรเงื่อนไข ที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันในการอธิบายตัวแปรตามได้ชัดเจนยิ่งขึ้น แต่การพัฒนากระบวนการวิเคราะห์ดังกล่าวพัฒนาจากการวิเคราะห์ถดถอย พื้นฐานแนวคิดการวิเคราะห์ปฏิสัมพันธ์ในโมเดลสมการเชิงโครงสร้างพัฒนามาจากการวิเคราะห์ถดถอยเช่นกัน แต่การวิเคราะห์ส่วนใหญ่ยังหยุดอยู่ที่การทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติของปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทำนาย ยังไม่มีการศึกษาสร้างโมเดลในการวิเคราะห์สมการอย่างง่ายและการทดสอบภายหลังในโมเดลสมการเชิงโครงสร้าง ดังนั้นจึงยังควรมีการพัฒนากระบวนการในการวิเคราะห์สมการถดถอยอย่างง่าย และการทดสอบภายหลังสำหรับใช้ในการวิเคราะห์สมการเชิงโครงสร้างต่อไปในอนาคต

นอกจากนี้กระบวนการวิเคราะห์เพื่อทดสอบความมีนัยสำคัญของปฏิสัมพันธ์ยังคงมีความยุ่งยากในการเขียนคำสั่งภาษา LISREL สำหรับผู้ที่ไม่เข้าใจการเขียนคำสั่งในรูปแบบของเมตริกซ์ ถึงแม้การเขียนคำสั่งในโปรแกรม Mplus ซึ่งค่อนข้างง่ายกว่าภาษา LISREL ก็ตาม แต่เป็นโปรแกรมที่ยังใช้ไม่แพร่หลายในประเทศไทย ดังนั้นผู้ที่สนใจควรต้องศึกษาเพิ่มเติมจากเอกสารที่ผู้เขียนได้เสนอแนะไว้และเอกสารเกี่ยวกับการวิเคราะห์สมการเชิงโครงสร้างเพิ่มเติม เพื่อที่จะสามารถวิเคราะห์อิทธิปฏิสัมพันธ์แบบมีตัวแปรแฝงได้อย่างถูกต้อง

เอกสารอ้างอิง

อนุ เจริญวงศ์ระยับ. (2547). การศึกษาปฏิสัมพันธ์ในการวิเคราะห์ถดถอย. *วารสารการวัดผลการศึกษา, 26*(77), 13-30.

อนุ เจริญวงศ์ระยับ, วิลาสลักษณ์ ชัววัลลี, อรพินทร์ ชูชม และนิยะดา จิตต์จรัส. (2553, มกราคม). การรับรู้สภาพแวดล้อมภายในสถานศึกษาและลักษณะส่วนบุคคลที่เอื้อต่อการเป็นสาสมัครอย่างยั่งยืนในนักศึกษาระดับปริญญาตรี. *วารสารพฤติกรรมศาสตร์, 16*(1), 1-6.

Aiken, L. S., & West, S. G. (1991). *Multiple Regression: Testing and Interpreting Interactions*. Newbury Park: Sage.

Algina, J., & Moulder, B. C. (2001). A Note on Estimating the Jöreskog-Yang Model for Latent Variable Interaction using LISREL8.3. *Structural Equation Modelling*, *8*, 40-52.

Baron, R. M., & Kenny, D. A. (1986). The Moderator-Mediator Variable Distinction in Social Psychological Research: Conceptual, Strategic, and Statistical Considerations. *Journal of Personality and Social Psychology*, *51*, 1173-1182.

Batista-Foguet, J. M., Coenders, G.; Saris, W. E., & Bisbe, J.. (2004). Simultaneous Estimation of Indirect and Interaction Effects using Structural Equation Models. *Metodoloski Zvezki*, *1*(1), 163-184.

Bollen, K. A., & Paxton, P. (1998). Two-stage Least Squares Estimation of Interaction Effects. In R. E. Schumacker & G. A. Macoulides (Eds), *Interaction and Nonlinear Effects in Structural Equation Modeling* (pp. 125-151). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Busemeyer, J. B., & Jones, L. E. (1983). Analysis of Multiplicative Combination Rules when Causal Variables are Measured with Error. *Psychological Bulletin*, *93*, 549-562.

Cohen, J. (1983). The Cost of Dichotomization. *Applied Psychological Measurement*, *7*, 249-253.

Dimitruk, P., Schermelleh-Engel, K., Kelava, A., & Moosbrugger, H. (2007). Challenges in Nonlinear Structural Equation Modeling. *Methodology: European Journal of Research Methods for the Behavioral and Social Sciences*, *3*(3), 89-99.

Jaccard, J., & Wan, C. K. (1995). Measurement Error in the Analysis of Interaction Effects between Continuous Predictors using Multiple Regression: Multiple Indicator and Structural Equation Approaches. *Psychological Bulletin, 117*, 348-357.

Jaccard, J., & Wan, C. K. (1996). *Lisrel Approaches to Interaction Effects in Multiple Regression.* Thosand Oaks: Sage.

Jöreskog, K. G., & Yang, F. (1996). Nonlinear Structural Equation Models: The Kenny-Judd Model with Interaction Effects. In G. A. Marcoulides, & R. E. Schumacker (Eds.), *Advanced Structural Equation Modeling: Issues and Techniques*. (pp. 57-88). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Kenny, D. A., & Judd, C. M. (1984). Estimating the Nonlinear and Interactive Effects of Latent Variables. *Psychological Bulletin, 96*(1), 201-210.

Kenny, D. A., Kashy, D. A., & Bolger, Niall. (1998). Data Analysis in Social Psychology. In D. T. Gilbert, S. T. Fiske, & G. Lindzey. (editors). *The Handbook of Social Psychology: Vol. I.* (4th ed., pp.233-268). New York: McGraw-Hill.

Klein, A. G., & Moosbrugger, H. (2000). Maximum Likelihood Estimation of Latent Interaction Effects with the LMS Method. *Psychometrika, 65*(4), 457-474.

Klein, A. G., & Muthen, B. O. (2007). Quasi Maximum Likelihood Estimation of Structural Equation Models with Multiple Interaction and Quadratic Effects. *Multivariate Behavioral Research*, *42*(4), 647 – 673.

Klein, A. G. (2006). Quasi ML 3.10: Quick Reference Manual. Retrieved March 12, 2007 from https://netfiles.uiuc.edu/agklein/QML/Manual_QML310.doc.

Li, F., Harmer, P., Duncan, T. E., Duncan, S. C., Acock, A., & Boles, S. (1998). Approaches to Testing Interaction Effects using Structural Equation Modeling Methodology. *Multivariate Behavioral Research,33*(1), 1-39.

Liu, H. Y., Ngamkroeckjoit, C., Jarernvongrayab, A., & Kitboonchoo, T. (2009). How Online Trust impacts Online Repurchase Intention: A Case Study of www.taobao.com. *Proceedings of the Eastern Asia University Conference 2008*. Eastern Asia University.

Marsh, H. W., Wen, Z., & Hau, Kit-Tai. (2004). Structural Equation Models of Latent Interactions: Evaluation of Alternative Estimation Strategies and Indicator Construction. *Psychological Methods*, *9*(3), 275-300.

Marsh, H. W., Wen, Z., & Hau, Kit-Tai. (2006). Structural Equation Models of Latent Interaction and Quadratic Effects. In G. R. Hancock, & R. O. Mueller. (editors). *Structural Equation Modeling: A Second Course*. (pp.225-268). Connecticut: Information age.

Martin, A., & Marsh, H. W. (1999). *Effect of the Interaction of Level and Stability of Self-esteem on a Variety of School-Related Outcomes: Five Alternative Approaches to Testing Interactions between Latent Variables*. Paper Presented at the Meeting of the Australian Association for Research in Education, Melbourne, Australia.

McClelland, G. H., & Judd, C. M. (1993). Statistical Difficulties of Detecting Interactions and Moderator Effects. *Psychological Bulletin*, *114*, 376-389.

Moosbrugger, H., Schermelleh-Engel, K., & Klein, A. (1998). Methodological Problems of Estimating Latent Interaction Effects. *Methods of Psychological Research Online*, *2*(2), 95-

111. Retrieved October 5, 2005 from http://www.pabst-publishers.de/mpr/.

Moulder, B. C., & Algina, J. (2002). Comparison of Methods for Estimating and Testing Latent Variable Interactions. *Structural Equation Modeling, 9*,1-19.

Ping, R. A., Jr. (1996). Latent Variable Interaction and Quadratic Effect Estimation: A Two-Step Technique using Structural Equation Analysis. *Psychological Bulletin,119*, 166-175.

Sobel, M. E. (1982). Asymptotic Confidence Intervals for Indirect Effects in Structural Equations Models. In S. Leinhart (ed.), *Sociological Methodology* (pp.290-312). San Francisco: Jossey-Bass.

Stevens, J. P. (1999). *Intermediate Statistics : A Modern Approach*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Stone-Romero, E. F., & Anderson, L. E. (1994). Relative Power of Moderated Multiple Regression and the Comparison of Subgroup Correlation Coefficients for Detecting Moderating Effects. *Journal of Applied Psychology*, *79*(3), 354-359.

Wall, M. M., & Amemiya, Y. (2001). Generalized Appended Product Indicator Procedure for Nonlinear Structural Equation Analysis. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*. 26(1), 1-29.